

Опыт разработки псевдо-спектральной 3D глубинной сейсмической миграции до суммирования с сохранением амплитуд и предварительные результаты ее тестирования на суперкомпьютере гибридной архитектуры «Ломоносов-2»

**Плешкевич Александр Леонардович¹, Вишневецкий Дмитрий Михайлович²,
 Лисица Вадим Викторович²**

¹АО ЦГЭ, холдинг «Росгеология», Москва; ²ИНГГ СО РАН, Новосибирск

Введение

Явный псевдо-спектральный метод PSPI [4] глубинной волновой экстраполяции для сеточных моделей неоднородных сред традиционно рассматривается как эвристический и низкой точности [1,2]. Разработанные позднее неявные методы повышенной точности типа FFD [5] связаны с решением 3-диагональных систем линейных уравнений методом прогонки, что существенно затрудняет возможность реализации высокопроизводительных параллельных расчетов на современной вычислительной технике. В представленной работе предложен метод построения явных аддитивных псевдо-спектральных схем повышенного порядка аппроксимации, родственных методу PSPI. Предложенный метод послужил основой для разработки псевдо-спектральной 3D глубинной сейсмической миграции до суммирования с сохранением амплитуд, использующей ускорителя GPU и технологию CUDA.

Одностороннее волновое уравнение и семейство аддитивных псевдо-спектральных схем его решения

Отыскивая решение задачи волнового продолжения граничного условия Дирихле в виде суперпозиции плоских нисходящих гармонических волн: $u(t, \mathbf{r}) = e^{i(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z)}$, где ω - циклическая временная частота, t - время; получим известное дисперсионное соотношение:

$$k_z = \text{sgn } \omega \sqrt{(\omega/v)^2 - k_x^2 - k_y^2}, \quad (1)$$

которому соответствует псевдо-дифференциальное одностороннее волновое уравнение вида:

$$\frac{\partial u}{\partial z} + \sqrt{\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2}} u = 0,$$

либо в частотном представлении:

$$\frac{\partial u}{\partial z} + \sqrt{-\frac{\omega^2}{v^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2}} u = 0. \quad (2)$$

С учетом (1) символическая запись (2) фактически означает следующее:

$$\frac{\partial u}{\partial z} = (F_{k_x, k_y}^{-1} i \text{sgn } \omega \sqrt{(\omega/v)^2 - k_x^2 - k_y^2} F_{k_x, k_y}) u, \quad (3)$$

где $F_{x,y}$ и F_{k_x, k_y}^{-1} - операторы прямого и обратного 2D преобразования Фурье по латеральным переменным (x, y) . Для случая однородной среды $v = \text{const}$ решение задачи (2)-(3) имеет вид:

$$u(x, y, z + \Delta z, \omega) = F_{k_x, k_y}^{-1} e^{ik_z \Delta z} F_{k_x, k_y} u(x, y, z, \omega), \quad (4)$$

Для модели горизонтально-слоистой среды соотношение (4) позволяет выполнять экономичный пересчет волнового поля с кровли слоя на его подошву, обеспечивая непрерывность решения от поверхности наблюдений вглубь среды [3]. В общем случае входящая в уравнение (3) локальная скорость волн в среде $v = v(\mathbf{r})$ является произвольной функцией пространственных координат. Хотя в этом случае (4) уже более не является точным решением (3), оно обеспечивает его локальную аппроксимацию. Преимущество аппроксимации вида (4) для случая $v = v(\mathbf{r})$ состоит в том, что отвечающая ей сеточная схема является явной и устойчивой. Иным ее ценным свойством является то, что она обеспечивает «точное» решение в случае постоянной скорости в среде, не приводит к

дисперсии сеточных гармоник и позволяет получать высокоточные решения при использовании разреженных сеток по пространственным переменным. К числу основных недостатков схемы (5) относится ее неэкономичность, связанная с невозможностью использования алгоритма быстрого преобразования Фурье F_{k_x, k_y}^{-1} в случае $v = v(\mathbf{r})$.

Эвристическая схема PSPI [4] позволяет находить решение (4) с помощью интерполяции результатов решений, полученных для заданных узловых значений постоянной скорости, которые охватывают полный диапазон изменения ее величины. В данной работе предложен метод построения аддитивных псевдо-спектральных схем заданного порядка аппроксимации, допускающих экономичную численную реализацию, обеспечивающих высокую точность и параллельность расчетов. Метод основан на аппроксимации оператора глубинной волновой экстраполяции отрезком ряда по заданным базисным функциям с подлежащими определению коэффициентами. В качестве важного практического примера рассмотрим частный случай аппроксимации вида:

$$e^{i\omega\Delta z\sqrt{\frac{1}{v^2}-\xi}} \approx \alpha_0 + \alpha_1 e^{i\omega\Delta z\sqrt{\frac{1}{v_1^2}-\xi}} + \alpha_2 e^{i\omega\Delta z\sqrt{\frac{1}{v_2^2}-\xi}}, \quad (5)$$

где $\xi = (k_x^2 + k_y^2)/\omega^2 \equiv n_r^2 = (\sin \theta/v)^2$, θ - угол падения; $v_1 \leq v \leq v_2$; $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$ - подлежащие определению коэффициенты. Неизвестные $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$ найдем из условий совпадения левой и правой частей (5), а также величин их первых и вторых производных в точке $\xi = 0$. Выполнив необходимое число операций дифференцирования левой и правой частей (5), и составив равенства в точке $\xi = 0$, получим систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} e^{i\frac{\omega\Delta z}{v}} = \alpha_0 + e^{i\frac{\omega\Delta z}{v_1}} \alpha_1 + e^{i\frac{\omega\Delta z}{v_2}} \alpha_2 \\ v e^{i\frac{\omega\Delta z}{v}} = v_1 e^{i\frac{\omega\Delta z}{v_1}} \alpha_1 + v_2 e^{i\frac{\omega\Delta z}{v_2}} \alpha_2 \\ v^3 \left[1 - \left(i \frac{\omega\Delta z}{v} \right) \right] e^{i\frac{\omega\Delta z}{v}} = v_1^3 \left[1 - \left(i \frac{\omega\Delta z}{v_1} \right) \right] e^{i\frac{\omega\Delta z}{v_1}} \alpha_1 + v_2^3 \left[1 - \left(i \frac{\omega\Delta z}{v_2} \right) \right] e^{i\frac{\omega\Delta z}{v_2}} \alpha_2 \end{cases},$$

разрешив которую найдем неизвестные $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$, отвечающие аппроксимации оператора глубинной волновой экстраполяции 6-го порядка:

$$e^{i\omega\Delta z\sqrt{\frac{1}{v^2}-n_r^2}} - \left(\alpha_0 + \alpha_1 e^{i\omega\Delta z\sqrt{\frac{1}{v_1^2}-n_r^2}} + \alpha_2 e^{i\omega\Delta z\sqrt{\frac{1}{v_2^2}-n_r^2}} \right) = O(n_r^6),$$

В «концевых» точках интервала $v_1 \leq v \leq v_2$; например, при $v = v_1$, имеем $\alpha_0 = 0, \alpha_1 = 1, \alpha_2 = 0$ и точное равенство левой и правой частей (5). Оператор в правой части (5) экономичен, поскольку реализуется с помощью 2-кратного быстрого преобразования Фурье. Модуль оператора $O(n_r^6)$ ограничен величиной единицы внутри интервала $v_1 \leq v \leq v_2$. Поскольку в концевых точках оператор точен, можно весь диапазон изменения скоростей v разбить на сопрягающиеся сегменты $v_{\min} < v_1 < v_2 < \dots < v_{\max}$ и на каждом сегменте использовать полученную аппроксимацию, что в целом будет соответствовать использованию непрерывного составного оператора во всем диапазоне изменения скоростей.

Технология волновой псевдо-спектральной миграции с сохранением амплитуд

Решение задачи миграции данных многократных перекрытий имеет следующий вид:

$$f(\mathbf{r}) = \int d\omega \iint u_0(\mathbf{s}, \mathbf{g}; \omega) G^*(\mathbf{s}, \mathbf{r}; \omega) G^*(\mathbf{g}, \mathbf{r}; \omega) dg ds, \quad (6)$$

где $f(\mathbf{r})$ - искомое решение, связанное с величиной локального коэффициента отражения в произвольной глубинной точке \mathbf{r} ; ω - циклическая временная частота; $u_0(\mathbf{s}, \mathbf{g}; \omega)$ - сейсмические данные многократных перекрытий; $G(\mathbf{g}, \mathbf{r}; \omega)$ и $G(\mathbf{s}, \mathbf{r}; \omega)$ - функции Грина.

Заранее вычислив для заданных источников \mathbf{s} и приемников \mathbf{g} отвечающие им функции Грина, можно получить решение задачи миграции для произвольной квазирегулярной системы наблюдений многократных перекрытий используя непосредственно формулу (6). Важным примером является миграция однократных кубов квази-равных удалений/азимутов направлений источники-приемники. Введем «биновые» координаты средних точек и удалений: $\mathbf{m} = (\mathbf{s} + \mathbf{g})/2$, $\mathbf{h} = (\mathbf{s} - \mathbf{g})/2$. Средние точки $\mathbf{m} = \mathbf{m}(m_x, m_y)$ образуют регулярную биновую сетку; например, 25м x 25м. Назовем совокупность исходных сейсмических трасс, привязанных к этой биновой сетке, и обладающих фиксированным вектором половинного удаления $\mathbf{h} = \mathbf{h}(h_x, h_y) = const$ «покрытием». Общее число покрытий соответствует номинальной кратности сейсмической съемки. Запишем следующую аппроксимацию (6):

$$f(\mathbf{r}) = \int d\omega \iint u_0(\mathbf{s}, \mathbf{g}; \omega) G^*(\mathbf{s}, \mathbf{r}; \omega) G^*(\mathbf{g}, \mathbf{r}; \omega) d\mathbf{g} d\mathbf{s} = 4 \int d\omega \int d\mathbf{h} \int u_0(\mathbf{m} + \mathbf{h}, \mathbf{m} - \mathbf{h}; \omega) \times \quad (7)$$

$$\times G^*(\mathbf{m} + \mathbf{h}, \mathbf{r}; \omega) G^*(\mathbf{m} - \mathbf{h}, \mathbf{r}; \omega) d\mathbf{m} \approx 4 \sum_{\mathbf{h}_j} \Delta \mathbf{h}_j \left[\int d\omega \int u_0(\mathbf{m} + \mathbf{h}, \mathbf{m} - \mathbf{h}; \omega) G^*(\mathbf{m} + \mathbf{h}, \mathbf{r}; \omega) G^*(\mathbf{m} - \mathbf{h}, \mathbf{r}; \omega) d\mathbf{m} \right].$$

Результат интегрирования заключенный во внутренних квадратных скобках соответствует миграции фиксированного покрытия \mathbf{h}_j , а внешний интеграл по координатам удалений (h_x, h_y) вырождается в обычную сумму по таким покрытиям. Из полученных с помощью (7) результатов миграции могут быть собраны азимутальные 3D глубинные сейсмограммы общей точки изображения, пригодные для азимутального AVO-анализа и инверсии.

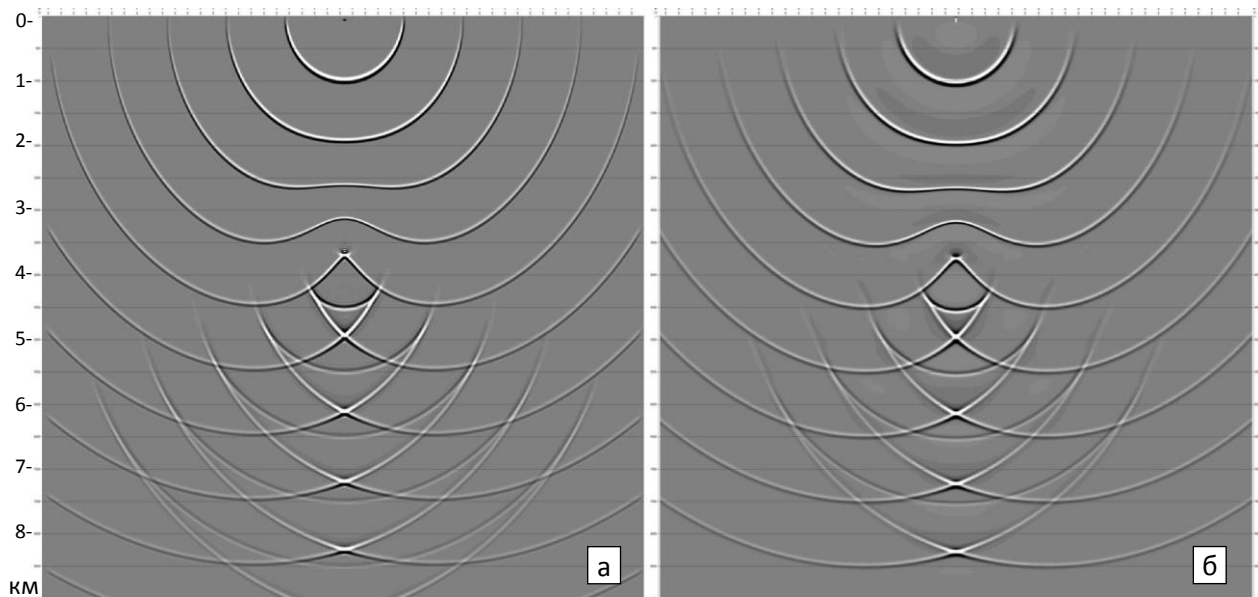


Рис.1. Сечения фронтов волн от 3D точечного источника в последовательные моменты времени, проходящих низкоскоростную неоднородность: а) конечно-разностное решение скалярного волнового уравнения; б) псевдо-спектральное решение с аппроксимацией $O(n_r^6)$.

Предварительные результаты тестирования

На рис.1,а,б представлены результаты расчета волн от расположенного на поверхности точечного источника для 3D модели среды со скоростью 2км/с, содержащей низкоскоростное включение, в центре которого на глубине 3км скорость уменьшается до 1км/с: а) с помощью конечно-разностного решения 3D скалярного волнового уравнения, описывающего среду с постоянной акустической жесткостью; и б) решения одностороннего волнового уравнения с помощью псевдо-спектральной схемы $O(n_r^6)$. В целом наблюдается хорошее качественное и количественное соответствие найденных решений, включая каустики и неоднородные волны в зоне каустической тени за краями «ласточкиного хвоста».

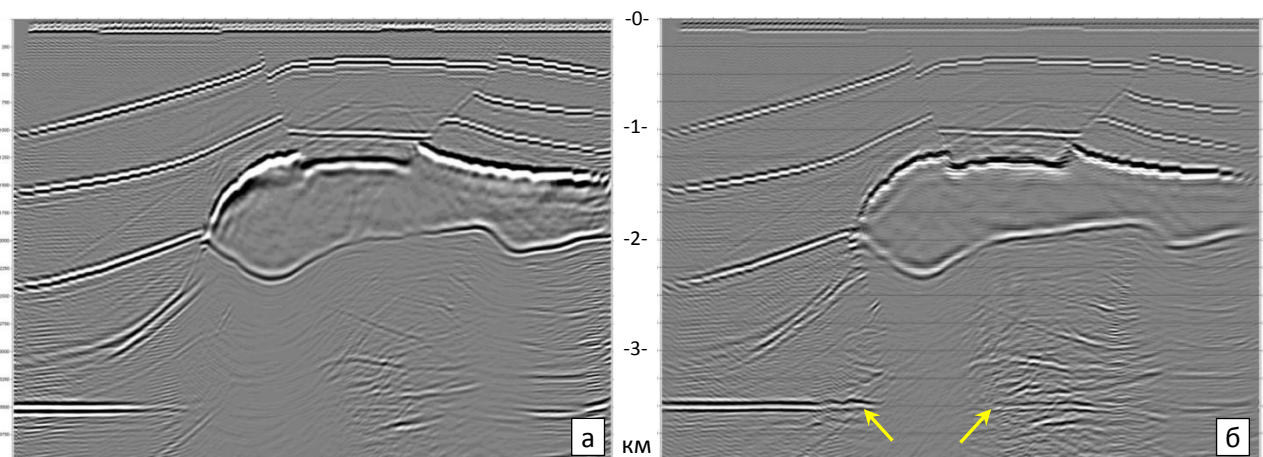


Рис.2. Сравнение результатов 3D глубинных миграций до суммирования, выполненных по исходным кубам квази-равных удалений/азимутов направлений источники приемники: а) миграция Кирхгофа; б) псевдо-спектральная миграция. Стрелками на рис.2,б отмечены фрагменты изображения подсолевой границы, отсутствующие на рис.2,а.

На рис.2,а,б приведено сравнение предварительных результатов 3D миграции комплекта международных синтетических данных SEG salt, полученных с помощью миграции Кирхгофа с лучевыми амплитудами и псевдо-спектральной миграции. На результатах последней отмечается более протяженное изображение подсолевой отражающей границы.

Заключение

Предложен метод построения явных экономичных псевдо-спектральных схем глубинной волновой экстраполяции заданного порядка аппроксимации, пригодных для параллельных расчетов на кластерах с использованием ускорителей GPU и технологии CUDA. На этой основе построен гибридный алгоритм псевдо-спектральной волновой миграции с сохранением амплитуд, сочетающий гибкость миграции Кирхгофа с расчетом волновых функций Грина. Реализована волновая миграция однократных кубов квази-равных удалений/азимутов направлений источники-приемники с сохранением амплитуд, обеспечивающая получение азимутальных сейсмограмм общей точки изображения для целей азимутального AVO-анализа и инверсии. Выполнена реализация основных расчетных блоков и получены предварительные результаты тестирования миграции на суперкомпьютере «Ломоносов-2» для комплекта международных синтетических данных SEG salt.

Благодарности.

Работа выполняется при финансовой поддержке АО ЦГЭ холдинга «Росгеология». Основные расчеты выполнены в НИВЦ МГУ им. М.В.Ломоносова на суперкомпьютере «Ломоносов-2». Механизм экономии числа расчетов функций Грина, а также конечно-разностное решение 3D скалярного волнового уравнения выполнены сотрудником Института им. М.В.Келдыша РАН В.Д.Левченко.

Литература

1. Biondi, B., 2006, 3D Seismic Imaging: SEG Investigations in Geophysics Series, No. 14.
2. Biondi, B., L. Brieger, C. Nardone, E. Pieroni, R. Gruber, and J. Rappaz, 1998, Phase shift plus interpolation; A scheme for high-performance echo-reconstructive imaging: Computers in physics, **12**, no. 2, 126–132.
3. Gazdag, J., 1978, Wave equation migration with the phase-shift method: Geophysics, **43**, 1342–1351.
4. Gazdag, J., and P. Sguazzero, 1984, Migration of seismic data by phase-shift plus interpolation: Geophysics, **49**, 124–131.
5. Ristow, D., and T. Rühl, 1994, Fourier finite-difference migration: Geophysics, **59**, 1882–1893.